

Optimalizace parametrů algoritmu dekódování LDPC kódu pro empirické modely přístupových sítí 5G

Karel Vlček

Ústav počítačových a komunikačních systémů, FAI
UTB ve Zlíně, Nad Stráněmi 4511
760 05 Zlín, Česká republika

vlcek@fai.utb.cz

Vlastnosti přenosových kanálů

- Problematika této studie je vztažena ke kmitočtovému pásmu předpokládaného přenosu a na modely poruch, které ovlivňují jednotlivé symboly nebo skupiny symbolů [2] podle vlastností přenosového prostředí
- Řešení tohoto problému je uvedeno již v lit. [3] a [4], nicméně pro komplexní řešení použitelné v praxi je vhodné programovatelné řešení popisované ve studii [5]
- Tato studie hodnotí jednotlivé kroky řešení

Mobilní přístupové sítě 5G

- **Mobilní přístupové sítě 5G** tvoří jádro páté generace (5G) telekomunikačních služeb
- Rozdělení kmitočtového pásma přenosových kanálů je **nově koncipováno a využíváno**
- Ve standardu jsou uváděny fyzikálně mnohdy radikálně odlišné technické principy a na nich definované nové služby (například IoT) které jsou svým odlišným principem činnosti i možnostmi konstrukčních **provedení vhodné pro vytváření systémů na čipu (SoC)**

Součástky se specifickou funkcí

- Metodou, využitelnou pro další zvýšení výpočetního výkonu vestavěných procesorů, je možnost **rozšíření souboru instrukcí**, tato metoda je analyzovaná ve studii [5]
- Cílem vytvoření další hardwarové podpory (přídavného dekodéru instrukcí ARM procesoru) je **implementace dekodéru takových nových instrukcí**, které usnadňují **zvýšení výpočetního výkonu v dané aplikační úloze**

Využití kódované modulace

- Empirické modely bezdrátových přenosových kanálů, které jsou následně v textu uvedené, jsou stanoveny na základě teoretických relačních vztahů, zároveň však respektují hodnoty získané z reálného prostředí přenosového kanálu
- Podle ITU-R [9] jsou vytvářeny **modely empirických kanálů**, z nichž má největší pozornost je věnována **WiMAX** (Worldwide Interoperability for Microwave Access)

Proč právě kódovaná modulace s LDPC kódy?

- Mechanismus opravy chyb u LDPC kódu při použití různých algoritmů dekódování, působí **s různou účinností, vůči specifickému vlivu přenosového prostředí kanálu**
- Z těchto různých podmínek dekódování má největší vliv délka slova blokového LDPC kódu $[3, 3a]$, největší rozdíl mezi LDPC kódy a klasickými blokovými kódy je v dekódování
- **LDPC kódy**, dekódované iterativně, **vyžadují dekódování delší a méně strukturované**

Vlastnosti regulárních a iregulárních LDPC kódů

- Obecně platí, že číslo $N - K = \text{rank}_2 H$ udává počet lineárně nezávislých řádků matice H , nad tělesem $GF(2)$, obsahuje-li tato matice H v každém sloupci a každém řádku stejný počet nenulových prvků jedná se o kontrolní matici regulárního kódu [10]:

- $$R = \frac{K}{N} = \frac{N - m}{N} \approx 1 - \frac{\sum_i v_i i}{\sum_i h_i i} = 1 - \frac{\sum_j \rho_j / j}{\sum_j \lambda_j / j} \quad (1)$$

- Podobně je to u iregulárního kódu

Iregulární LDPC kódy

- **Použitím iregulárního kódu roste** průměrné množství nenulových prvků a tím i **účinnost kódu**, jestliže jej srovnáváme s kódem o stejných výchozích parametrech, které byly použity u kódů regulárních
- Je to doprovázeno změnou parametru nazývaného kódový poměr, **dekódování je přitom u iregulárního LDPC kódu řešitelné identickým algoritmem dekodování**, jako dekodování regulárního kódu

Kódy regulární a iregulární – srovnání vlastností

- Z předcházejícího vyplývá, že ve vztahu (1) lze použít přiřazovacího symbolu $\approx$ který naznačuje, že přes odlišnost regulárního a iregulárního kódu se jedná v obou případech o kódy blízké
- Na základě toho je odvozena i generující matice jako matice ortogonální k matici H ; k této matici nalezneme generující matici G tak, aby byla vyhovovala ortogonalitě obou matic:

$$GH^T = 0$$

Přizpůsobení vlastnostem kanálu

- **Fyzikální vlastnosti** přenosového kanálu jsou pro část kmitočtového pásma 5G značně závislé na vlhkosti v ovzduší, to **je důvodem pro studium a tvorbu empirických modelů mobilních přístupových sítí**
- Dekódovací algoritmy k **dekódování LDPC kódů** jsou “**Message Passing Algorithms**”
- **Iterativní výpočet** probíhá při vyhodnocování přijatých symbolů kódové zprávy **pomocí Tannerova grafu** (má stejnou úlohu jako H)

Iterativní algoritmy dekódování

- **Iterativní kódy se používají i v řadě služeb poskytovaných mobilními komunikačními sítěmi včetně řečových služeb**, v digitálním vysílání videa (**DVB-T2**), dále v bezdrátových sítích **LAN (Local Area Network)**
- Dekódování opakovaně provádí výpočet symbolu zprávy podle Tannerova grafu, ale také podle typu **rušení zprávy**
- Při **dekódování** je možné postupovat různými algoritmy, které **opakovaně provádí výpočet**

Výpočet hodnot symbolů zpráv

- Mezi datovými a řídicími uzly Tannerova grafu je zachycen i **pravděpodobnost rušení zprávy**, proto se zde nabízí **postup různými algoritmy dekódování kódované modulace**
- Zde je použit **iterativní algoritmus** s tvrdým rozhodováním nazývaný „bit flipping“, který je základním řešením problematiky, a následně je řešení modifikováno na složitější „**Sum-Product Decoding Algorithm**“, ale s větší přesností vyjádření symbolů zprávy

Důvodem pro použití LDPC kódů je vysoká účinnost opravy chyb

- Pro výpočet se používá veličina $L(x)$ známá též jako “**L**ogarithm **L**ikelihood **R**atio” (**LLR**)
- Pro podmínku $p(x=0) > p(x=1)$ bude podle definice bude hodnota funkce $L(x)$ kladná, v opačném případě bude záporná:

$$L(x) = \ln \frac{p(x=0)}{p(x=1)} \quad (2)$$

- Čitatel a jmenovatel zlomku v argumentu funkce přirozeného logaritmu je vyjádřen pomocí čísla e (základu přirozeného logaritmu):

Převod na transcendentní funkci

- Použitím následující substituce je možné získat **transcendentní funkci** $\tanh x$:

- $$p(x=1) = \frac{e^{-L(x)}}{1+e^{-L(x)}} \quad p(x=0) = \frac{e^{L(x)}}{1+e^{L(x)}} \quad (3)$$

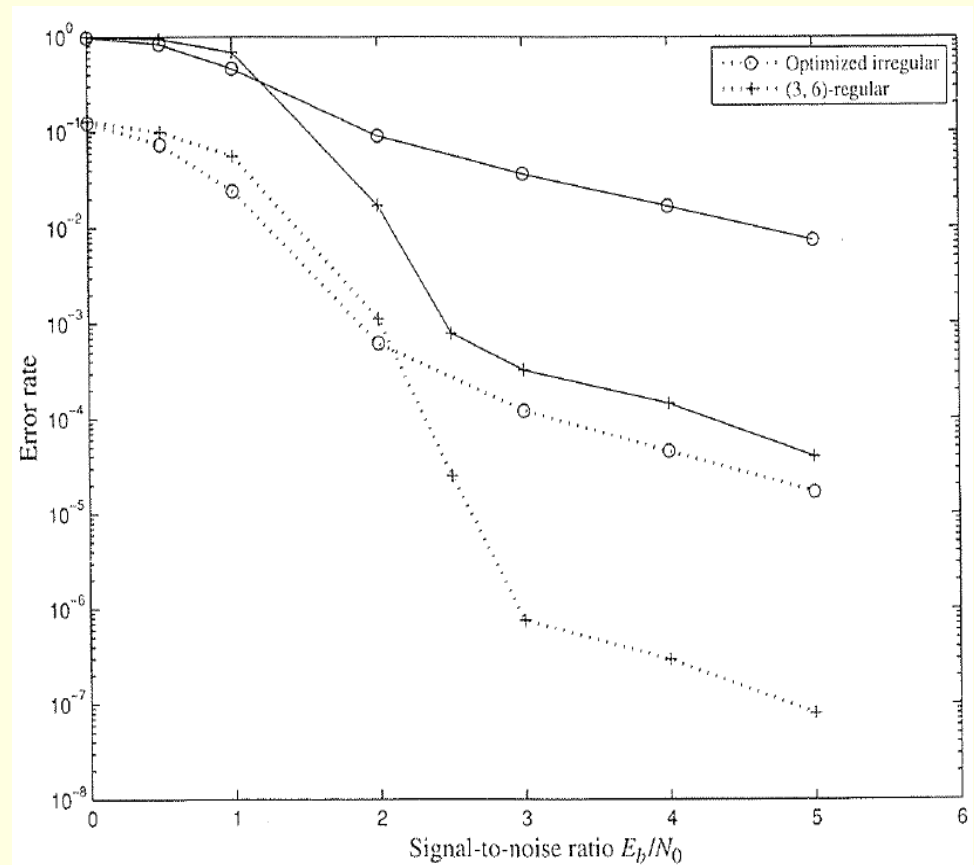
- Algoritmus „Sum-Product Decoding“ je použit i ve studii [5] (je použito tvrdého rozhodování)
- Výpočet se pak zjednoduší, když použijeme některou z aproximací funkce $\tanh x$, (ve většině případů je použita po částech lineární aproximace)

Rychlost, či přesnost dekódování?

- **Algoritmus Sum-Product Decoding** je velmi podobný bit-flipping algoritmu [5], u něhož je při dekódování jednotlivých symbolů použito tvrdé rozhodování, až na to, že výpočet je iterativní s měkkým rozhodováním, algoritmus vyhodnocuje symboly zprávy dopředním i zpětným způsobem, přitom je výpočet prováděn na vstupním symbolu jako **apriorní vyhodnocení** a teprve na základě dalších vyhodnocení je rozhodnuto **aposteriorně**

Účinnost při opravě chyb [10]

- Graf ukazuje, jaké účinnosti při opravě chyb se dá dosáhnout volbou rozhodování a též regulárního a iregulárního LDPC kódu pro AWGN (bílý Gaussovský šum)



Popis empirických vlastností přenosových kanálů 5G

- Bezdrátový přenos zpráv, který je **doporučen v mobilních přístupových komunikačních sítích 5G** z důvodu možnosti zvýšení rychlosti přenosu zpráv i **při vlhkém, mlhavém počasí**
- **Přístupové sítě 5G jsou náchylnější k vyššímu útlumu signálů** při přenosu zpráv
- Vliv změn těchto parametrů přenosového kanálu na přenášenou zprávu může zhoršovat jednoznačnost při vyhodnocování jednotlivých symbolů zprávy (**experimentální studie [11]**)

Zvýšení energie nebo kódová ochrana zprávy při přenosu?

- S odvoláním na Shannonovu nerovnost [5], je nutné buď zvýšení energie vysílače, nebo kódové zabezpečení, které zajistí, že zpráva bude vykazovat nízkou chybovost při přenosu informace při stávající energetické účinnosti
- K tomuto účelu jsou **využívány standardy založené na LDPC kódování**. Oblast praktických použití je dnes již velmi rozmanitá: 10 Gb/s Ethernet (IEEE 803.3an), WiFi (IEEE 802.11n), WiMAX (IEEE 802.16e)

Empirické modely kanálu

- Standardy využívané bezdrátovými sítěmi LAN, ale i aplikační oblasti od optických sítí po číslicové paměti, použitelné jsou i pro opravy datového toku zatíženého ztrátou informace [12], pro šíření zpráv je používán empirický model [13]

$$T_c \approx \sqrt{\frac{9}{16\pi f_m^2}} = \frac{0,423}{f_m}, \quad (4)$$

- kde čas je nazýván čas koherence, který je nepřímo úměrný Dopplerovskému rozptylu

Modelování přenosového kanálu

- Cílem této analýzy je modelování kanálu pro přenos a následné výpočty, které slouží k ověřování toho, do jaké míry se tyto modely blíží výsledkům měření v daném prostředí
- Zkoumání empirických modelů se zabývají výrobci telekomunikačních zařízení.
- Velký význam pro technickou praxi má nejznámější model bezdrátového přenosového kanálu v literatuře ITU-R ve standardu pod číslem M.1225

Přínos modelů kanálů pro 5G

- Přenos dat pomocí BICM (Bit Interleaved Coded Modulation) byl původně určený pro přenosové kanály v systémech třetí generace
- Je zřejmé, že demodulátor vypočítává vektor y , který reprezentuje výstupní symbol, podle LLR pro každý bit b_k kódu, kde $k \in \{1, 2, \dots, m\}$ jako

$$L_e(b_k) = \ln \frac{\sum_{x \in \mathcal{X}_0^k} p(y|x)}{\sum_{x \in \mathcal{X}_1^k} p(y|x)}, \quad (5)$$

- Kde $\mathcal{X}_b^k$ označuje podmnožinu symbolů $x \in \mathcal{X}$ s hodnotou $b \in \{0, 1\}$ na k -té pozici

Vyšší spektrální účinnost BICM (Bit Interleaved Coded Modulation)

- Tímto postupem jsou dekódovány bit vektorů
- Po úpravě implementace, která přinesla vyšší rychlosti přenosu dat a vyšší spektrální účinnost, se BICM stalo použitelné i pro mobilní přístupové sítě páté generace (5G)
- 5G vyžaduje mnohem větší propustnost informací, proto se zde uplatňují kódované modulační LDPC kódy s modulací BICM
- Ty přinášejí pružné a jednoduché obvodové implementace i pro modulační vyšších řádů [5]

UEP (Unequal Error Protection)

- Přijetím této podmínky **dochází k novému rozdělení pravděpodobností chyb** z důvodu nových pravděpodobností **výskytu symbolů nové nebinární abecedy**
- Použitím **diferenciální evoluce (DE)** se autorům studie [16] podařilo nalézt podmínky pro modulace, označované ve zkratce **BICM (Bit Interleaved Coded Modulation)** [17]
- **UEP (Unequal Error Protection) mění hrany v Tannerově grafu i dekódování LDPC kódu**

Shrnutí

- **Chybějící jasná algebraická struktura** pseudonáhodně vytvářených kódových slov při konstrukci LDPC kódů ztěžuje **určení minimální kódové vzdálenosti** a často tak vyžaduje prozkoumání všech 2^K kódových slov pro nalezení nejmenší Hammingovy váhy
- K určení minimální kódové vzdálenosti jsou používány zpravidla dvě metody založené na kvalifikovaném odhadu (více v monografii [10])

Poděkování

- Chci poděkovat **Ing. Pavlu Martinkovi, PhD.**, za cenné rady, korekce a připomínky k matematickým formulacím, kterých jsem použil v textu. Jeho doporučení si cením zejména proto, že respektují zvyklosti používané odbornou veřejností s matematickou profesí v České republice

Literatura

- [1] Gallager, R., G.: Low Density Parity Check Codes, IRE Trans. Inform. Theory, vol. IT-8, Jan. (1962), pp. 21-28.
- [2] Vlcek, K., Vorac, J., Mitrych, J.: Iterative Decoder with Very Sparse Matrices Solution, In Proceedings of the 7th IEEE Workshop on Design and Diagnostics of Electronic Circuits and Systems, Stará Lesná, Slovakia, April 18 – 21, 2004, ISBN 80-969117-9-1, pp. 203 – 206.
- [3] Noor-A-Rahim, M., Nguyen, K. D., Lechner, G.: Finite Length Analysis of LDPC Codes, arXiv: 1309.7102v1 [cs.IT] 27 Sep 2013.
- [3a] M. Noor-A-Rahim, K. D. Nguyen, and G. Lechner, “Anytime characteristics of spatially coupled code,” Accepted for presentation at 51st Annual Allerton Conf. on Communication, Control, and Computing, Allerton, Illinois, Oct. 2013.
- [4] Xilinx, Breakthrough UltraScale+ Device Performance with SmartConnect Technology, WP478 (v1.0), 2016, pp. 1 – 11.
- [5] Knot, T., Vlček, K.: LDPC Binary Vectors Coding Enhances Transmissions and Memories Reliability, Proc. of the 6th Computer Science On-line Conference 2017 (CSOC2017), vol. 2, ISBN 978-3-319-57263-5, DOI 10.1007/978-3-319-57264-2, pp. 434 – 443.
- [6] Olejník, R., Matyáš, J., Slobodian, P., Vlček K.: Mikrovlnná anténa s integrovanou funkcí senzoru organických par. Česká republika. **Patent, 304850**. Uděleno 22. 10. 2014.
- [7] Karami, A. R., Attari, M. A.: Novel LDPC Decoder via MLP Neural Networks, arXiv: 1411.3425 [cs.IT].
- [8] European Cooperative in the Field of Science and Technical Research EURO-COST 231. “Urban Transmission Loss Models for Mobile Radio in the 900 MHz and 1,800 MHz Bands”, The Hague, the Netherlands, Sept. 1991.
- [9] ITU-R Recommendation M.1225, “Guidelines for Evaluation of Radio Transmission Technologies for IMT 2000”, Feb. 1997. <http://www.itu.int/rec/REC-R-M.1225/en> (April 20, 2015).
- [10] S. J. Johnson: Iterative Error Correction, Cambridge University Press, (2010), ISBN 978-0-521-87148-8.

Literatura (pokračování)

- [11] Grabner, M., Pechac, P., Valtr, P.: Analysis of Propagation of Electromagnetic Waves in Atmospheric Hydrometeors on Low-Elevation Paths, *Radioengineering*, vol. 27, no. 1, April 2018, ISSN 1210-2512, pp. 29 – 33, DOI: 10.13164/re.2018.0029.
- [12] Shinkarenko, K.V., Vlček, K.: Design of Erasure Codes for Digital Multimedia Transmitting, in *Proc. 2008 IEEE DDECS*, (April 16-18, 2008), ISDN 978-1-4244-2276-0/08/\$25.00 © 2008 IEEE, pp. 30-33.
- [13] Haesik Kim: *Wireless Communications Systems Design*, John Wiley & Sons, Ltd, © 2015, ISBN 9781118610152, pp. 46-50.
- [14] Shokrollahi, A.: “LDPC codes: An introduction,” *Digital Fountain, Inc.*, Tech. Rep, p. 2, 2003.
- [15] T. J. Richardson, M. A. Shokrollahi and R. L. Urbanke, “Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 619–637, Feb. 2011.
- [16] Junyi Du, Liang Zhou, Zhe Zhang, Lei Yang, Jinhong Yuan: Regular and Irregular LDPC Code Design for Bandwidth Efficient BICM Schemes, 978-1-5090-5019-2/17 ©2017 IEEE.
- [17] Caire, G., Taricco, G., Biglieri, E.: “Bit-interleaved Coded Modulation”, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 44, no. 3, pp. 927 – 946, May 1998.
- [18] Zehavi, E.: 8-PSK Trellis Code for a Rayleigh Cannel, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 40, no. 5, pp. 873 – 884, 1992.
- [19] S. ten Brink, G. Kramer and A. Ashikhmin, “Design of low-density parity-check codes for modulation and detection,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, no. 4, pp. 670–678, Apr. 2004.
- [20] Vlček, K.: SystemC – nástroje a prostředí pro návrh systémů na čípech moderních rozsáhlých hradlových polí a polí se smíšenými signály, (March 11, 2014), http://www.utb.cz/file/44257_1_1/, (In Czech)